

Задача 1. Найти модуль и главное значение аргумента комплексного числа:

вариант 1

$$\frac{(1 - \sqrt{3} i)^4}{(1 + i)^3}.$$

вариант 2

$$\frac{(1 + i)^3}{(1 - \sqrt{3} i)^4}.$$

вариант 3

$$\frac{(\sqrt{3} + i)^4}{(1 - i)^6}.$$

вариант 4

$$\frac{(1 - i)^6}{(\sqrt{3} + i)^4}.$$

вариант 5

$$\frac{(\sqrt{3} - i)^2}{(1 + \sqrt{3} i)^4}.$$

Задача 2. Используя условия Коши-Римана, определить все точки $z = x + yi$ комплексной плоскости, в которых дифференцируема функция:

вариант 1

$$f(z) = x^2 - y^2 + 2xyi.$$

вариант 2

$$f(z) = x^2 - y^2 - 2xyi.$$

вариант 3

$$f(z) = x^2 + y^2 + 2xyi.$$

вариант 4

$$f(z) = x^2 + y^2 - 2xyi.$$

вариант 5

$$f(z) = 2xy - (x^2 - y^2) i.$$

Задача 3. Используя интегральную формулу Коши, вычислить значение интеграла:

вариант 1

$$\oint_{|z|=2} \frac{\operatorname{ch}(iz)}{z^2 + 4z + 3} dz.$$

вариант 2

$$\oint_{|z-2|=3} \frac{e^{z^2}}{z(z-6)} dz.$$

вариант 3

$$\oint_{|z-1|=2} \frac{\sin(0.5\pi z)}{z^2 + 2z - 3} dz.$$

вариант 4

$$\oint_{|z|=2} \frac{\sin(iz)}{z^2 - 4z + 3} dz.$$

вариант 5

$$\oint_{|z-i|=1} \frac{e^{iz}}{z^2 + 1} dz.$$

Задача 4. Определить порядок нуля $z_0 = 0$ функции:

вариант 1

$$f(z) = \frac{z^6}{0.25z^2 - \sin^2(0.5z)} .$$

вариант 2

$$f(z) = 2(\operatorname{ch} z - 1) - z^2 .$$

вариант 3

$$f(z) = \frac{(1 - \cos(2z))^2}{z - \operatorname{sh} z} .$$

вариант 4

$$f(z) = 6 \sin(z^3) + z^3(z^6 - 6) .$$

вариант 5

$$f(z) = \frac{z^5}{1 - z - e^{-z}} .$$

Задача 5.**вариант 1**

Разложить в ряд Лорана функцию

$$f(z) = \frac{5 - z}{z^2 - z - 2}$$

в кольце $1 < |z| < 2$.

вариант 2

Разложить в ряд Лорана функцию

$$f(z) = \frac{z + 2}{z^2 + 2z - 8}$$

в кольце $2 < |z| < 4$.

вариант 3

Разложить в ряд Лорана функцию

$$f(z) = \frac{2z - 3}{z^2 - 3z + 2}$$

в кольце $1 < |z| < 2$.

вариант 4

Разложить в ряд Лорана функцию

$$f(z) = \frac{z + 1}{z^2 + 2z - 3}$$

в кольце $1 < |z| < 3$.

вариант 5

Разложить в ряд Лорана функцию

$$f(z) = \frac{2z + 1}{z^2 + z - 2}$$

в кольце $1 < |z| < 2$.

Задача 6. Разложить в ряд Лорана в окрестности точки $z = 0$ функцию:

вариант 1

$$f(z) = \frac{1 - \cos z}{z^4}.$$

вариант 2

$$f(z) = z^3 e^{\frac{1}{z}}.$$

вариант 3

$$f(z) = \frac{1 - e^{-z}}{z^3}.$$

вариант 4

$$f(z) = z^4 \cos\left(\frac{1}{z}\right).$$

вариант 5

$$f(z) = \frac{\sin z}{z^2}.$$